УДК 533.72

ВОЗМУЩЕНИЕ ИСПАРИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПРИ МОДУЛЯЦИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЕРЕХОДА

И. Н. Карташов, В. И. Мажукин, В. В. Перебейнос, А. А. Самохин

Исследуется линейный отклик стационарного испарительного процесса на модуляцию температуры поверхности. Показано, что газодинамические возмущения на внешней стороне кнудсеновского слоя при стремлении числа Маха M к единице снизу перестают зависеть от модуляции M, если граничные условия на фронте испарения обеспечивают экстремальность потоков массы и импульса при $M = 1$.

В газодинамических задачах, связанных с процессом интенсивного испарения, возникает вопрос о корректной постановке граничных условий на фронте фазового перехода. Сложность решения этой проблемы, которая исследуется уже много лет (см., напр., [1 – 6]), заключается, в частности, в необходимости явно учитывать существенную неравновесность испарительного кнудсеновского слоя, что в полном объеме может быть сделано только численными методами.

В подобной ситуации особое значение приобретают модельные аналитические подходы, основанные на различных предположениях о виде неравновесной функции распределения f на внутренней границе кнудсеновского слоя. Ранее [5, 6] были отмечены некоторые качественные особенности испарительных граничных условий при $M = 1$, связанные с конкретным выбором f. В настоящей работе рассматривается влияние этих граничных условий на газодинамические возмущения в потоке испаренного вещества.

В условиях фазового равновесия пар и конденсированная среда имеют одинаковые температуры $T = T_s$ и давления $p = p_s(T_s)$. При наличии испарения температура $T(T_s, M) < T_s$ и давление $p(T_s, M) < p_s$ в потоке испаренного вещества уменьшаются в зависимости от интенсивности испарения, мерой которого может служить число Маха $M = u/u_c$, где $u(T_s, M)$ и u_c обозначают соответственно скорость потока и локальную скорость звука $u_c = (\gamma p/\rho)^{1/2}$ Зависимости $p(T_s, M)$ и $T(T_s, M)$ являются газодинамическими граничными условиями на фронте испарения и определяют поведение потока испаренного вещества в квазистационарном по времени релаксации кнудсеновского слоя приближении.

Рассмотрим задачу об отклике испарительного процесса на малую гармоническую модуляцию температуры поверхности конденсированной фазы $\delta T_s \sim \exp(i\omega t)$. В установившемся режиме все возмущения имеют такую же зависимость от времени, которая в дальнейшем будет опускаться. Из линеаризованной системы газодинамических уравнений для возмущений скорости δu, давления δp и плотности $\delta\rho$ в потоке идеального пара получаются следующие выражения:

$$\frac{\delta p}{p} = A_1 e^{-ik_1 z} + A_2 e^{-ik_2 z},$$

$$\frac{\delta u}{u} = \frac{1}{\gamma M}\left(A_1 e^{-ik_1 z} - A_2 e^{-ik_2 z}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\delta p}{\rho u_c^2} + A_3 e^{-ik_3 z},$$

где координата $z > 0$ отсчитывается от внешней границы кнудсеновского слоя, а волновые числа $k_1,\ k_2,\ k_3$ определяются выражениями

$$k_1 = \frac{\omega}{u + u_c},\ k_2 = \frac{\omega}{u - u_c},\ k_3 = \frac{\omega}{u}. \tag{2}$$

Для A_i из (1) при $z = 0$ следует

$$A_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta p}{p} + \gamma M \frac{\delta u}{u}\right),$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta p}{p} - \gamma M \frac{\delta u}{u}\right), \tag{3}$$

$$A_3 = \frac{\delta\rho}{\rho} - \frac{\delta p}{\rho u_c^2}.$$

В дозвуковом потоке $M < 1$ величина $A_2 = 0$, поскольку в данном случае отсутствуют волны, идущие из бесконечности. Остальные коэффициенты могут быть найдены из испарительных граничных условий, например, из зависимостей $p(T_s, M)$ и $u(T_s, M)$, линеаризованных относительно δT_s и δM. Учитывая, что отношения T/T_s и p/p_s зависят только от M, из (3) получаем

$$A_1 = \frac{1}{2}\left(\tilde{p}_s' + \frac{\gamma M}{2}\right)\frac{\delta T_s}{T_s} + \frac{1}{2}\left(\tilde{p}' + \gamma M + \frac{\gamma M}{2}\tilde{T}'\right)\frac{\delta M}{M},$$

$$A_3 = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\tilde{p}_s' - 1\right)\frac{\delta T_s}{T_s} + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\tilde{p}' - \tilde{T}'\right)\frac{\delta M}{M}, \qquad (4)$$

$$\tilde{p}_s' = \frac{\partial \ln p_s}{\partial \ln T_s},\ \tilde{p}' = \frac{\partial \ln p}{\partial \ln M},\ \tilde{T}' = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln M}.$$

Дальнейшая конкретизация выражений (4) возможна при наличии дополнительной информации о виде испарительных граничных условий. Для таких условий, которые обеспечивают экстремальность потоков импульса и массы при $M = 1$, в этой точке $\tilde{p}' = -5/4$ и $\tilde{T}' = -1/2$ для одноатомного пара с $\gamma = 5/3$. Как видно из (4), в этом случае коэффициенты перед $\delta M/M$ в A_1 и A_3 обращаются в нуль, хотя сама величина δM, определяемая из условия $A_2 = 0$, в нуль не обращается:

$$\frac{\delta M}{M} = \frac{\tilde{p}_s' - \gamma M/2}{\gamma M(\tilde{T}'/2 + 1) - \tilde{p}'}\frac{\delta T_s}{T_s} = \frac{6\tilde{p}_s' - 5}{15}\frac{\delta T_s}{T_s}. \qquad (5)$$

Значение $\delta M/M$ при $M = 1$ в правой части (5) совпадает с полученным ранее в [3]. Напомним также, что величина $A_3 = (1-\gamma)\delta S/\gamma$ пропорциональна изменению энтропии δS на внешней стороне кнудсеновского слоя, т.е. обращение в нуль коэффициента перед $\delta M/M$ в (4) свидетельствует об экстремальном поведении S в этой точке.

При переходе к сверхзвуковому потоку $M > 1$ для использования соотношения $A_2 = 0$ уже нет оснований, поскольку теперь k_1 и k_2 имеют одинаковый знак. В сверхзвуковом режиме газодинамические возмущения уже не могут оказывать обратного влияния на границу раздела, и это обстоятельство должно быть учтено в новом варианте граничных условий.

Отсутствие обратного влияния может быть выражено условием $\delta M = 0$ при $M > 1$ вместо $A_2 = 0$ при $M < 1$. Определенным основанием для такого выбора может служить и тот отмеченный в данной работе факт, что при стремлении M к единице снизу газодинамические возмущения перестают зависеть от δM.

Изменение граничных условий при переходе через звуковую точку сопровождается изменением величины отклика δp, $\delta \rho$ и δu при неизменной величине δT_s. В частности, отклик давления δp_+ в сверхзвуковом режиме оказывается больше соответствующей величины δp_- в дозвуковой области:

$$\delta p_+ = p\tilde{p}'_s \frac{\delta T_s}{T_s} > \delta p_- = p(\tilde{p}'_s + \gamma/2)\frac{\delta T_s}{2T_s}. \qquad (6)$$

Знак неравенства в (6) связан с тем, что для многих веществ вблизи нормальной точки кипения величина $\tilde{p}'_s \sim 10$.

Скачок δp и обращение k_2 в бесконечность при $M = 1$ свидетельствуют о необходимости более детального анализа поведения отклика в этой точке, с выходом за рамки используемых здесь приближений линейности и идеальности.

Сделанный в [4] вывод о предельном значении числа Маха существенно связан с использованием неадекватной формы функции распределения f, которая при $M^2 = (\gamma - 1)/2\gamma$ и $M^2 = 1$ вырождается в равновесную форму, неприменимую для описания испарительного процесса. Вопрос о предельных значениях M для стационарного и нестационарного режимов испарения с различной геометрией разлета остается пока открытым.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Crout D., J. Math. Physics, **15**, 1 (1936).

[2] Labuntsov D. A., Krukov A. P., Int. J. Heat Mass Transfer, **22**, 989 (1979).

[3] Мажукин В. И., Самохин А. А., Сб. Математическое моделирование. Нелинейные дифференциальные уравнения математической физики, М., Наука, 1987, с. 191.

[4] Кузнецова И. А., Юшканов А. А., Яламов Ю. И., Теплофизика высоких температур, **30**, 2 (1992).

[5] Мажукин В. И., Прудковский П. А., Самохин А. А., Математическое моделирование, **5**, 6 (1993).

[6] Мажукин В. И., Прудковский П. А., Самохин А. А., Математическое моделирование, **6**, 11 (1994).

Институт общей физики РАН Поступила в редакцию 19 апреля 1995 г.