

ПОВЕДЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ НА ФРОНТЕ ИСПАРЕНИЯ ПРИ ОБЪЕМНОМ НАГРЕВЕ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

С. Н. Андреев, В. И. Мажукин, А. А. Самохин

Исследуется дисперсионное уравнение для возмущения фронта испарения при объемном нагреве конденсированных сред. Получена зависимость дисперсионных кривых от коэффициента поглощения α и скорости движения фронта испарения v , которая при определенных значениях α и v оказывается весьма резкой.

Проблема устойчивости фронта испарения рассматривалась в ряде работ (см. напр., [1 – 4] и цитированную там литературу). В работе [4] было показано, в частности, как происходит расщепление газодинамических уравнений для потока пара и уравнений гидродинамики для конденсированной среды при стремлении скорости потока пара к местной скорости звука на фронте перехода. При таком расщеплении описание поведения конденсированной среды сводится к обобщенной однофазной задаче Стефана, в рамках которой было получено дисперсионное уравнение [1] для малых возмущений плоского фронта испарения. Это дисперсионное уравнение, справедливое при любых коэффициентах поглощения испаряемой среды α , было исследовано ранее [1, 2] для предельных случаев больших и малых α , а в работе [3] рассматривалось влияние конечной толщины жидкого слоя и прижимающего ускорения на дисперсионные кривые. В настоящем сообщении приводятся результаты численного анализа в диапазоне параметров задачи, где инкремент неустойчивости обнаруживает наиболее резкую зависимость от α и скорости движения фронта испарения v .

В случае невязкой несжимаемой жидкости уравнения для возмущений ее давления P , компонент скорости u_x, u_z и температуры T , линеаризованные в системе координат, движущейся со скоростью v вместе с невозмущенным фронтом испарения, имеют вид

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} - v \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}; \quad \frac{\partial u_x}{\partial t} - v \frac{\partial u_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}; \quad \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - v \frac{\partial T}{\partial z} + u_z \frac{\partial T_0}{\partial z} - \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{\alpha I}{c\rho} \alpha h \text{Exp}(-\alpha z), \quad (2)$$

где ρ , χ и c – плотность, температуропроводность и теплоемкость среды соответственно, I – интенсивность поглощаемого излучения на поверхности облучаемой среды, $T_0(z)$ – стационарный невозмущенный профиль температуры. Правая часть в уравнении (2) обусловлена отличием положения $h(x)$ возмущенного фронта от плоскости $z = 0$, которая совпадает с положением фронта испарения в невозмущенной задаче, и конкретной формой распределения поглощаемой в среде интенсивности, определяемой законом Бугера.

Система уравнений (1), (2) дополняется граничными условиями

$$P|_{z=0} = \left(\sigma \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + P' T_s \right); \quad \frac{\partial h}{\partial t} = (u_{z0} + v' T_s); \quad (3)$$

$$c\chi \left(h \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2} + \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} = T_s L v'; \quad T_s = \left(T + h \frac{\partial T_0}{\partial z} \right)_{z=0}, \quad (4)$$

где T_s – температура на возмущенной поверхности испарения, σ – коэффициент поверхностного натяжения, L – удельная теплота испарения, а P' и v' – производные от испарительного давления отдачи и скорости испарения по температуре поверхности. В граничных условиях (3 – 4) соотношения (4) сформулированы с учетом смещения h возмущенного фронта относительно плоскости $z = 0$ и зависимости стационарного невозмущенного профиля температуры $T_0(z)$, которая имеет вид

$$T_0(z) = T_\infty + \Delta T (A \text{Exp}(-\alpha z) + (1 - A) \text{Exp}(-qz)); \quad q = v/\chi;$$

$$A = \frac{q(1 + g)}{q - \alpha}; \quad g = \frac{L}{c\Delta T}; \quad I = \rho v(L + c\Delta T), \quad (5)$$

где $\Delta T = T_0 - T_\infty$ есть разность температур на поверхности и в глубине облучаемой среды.

Условием разрешимости задачи (1) – (5) является дисперсионное уравнение [1, 2], которое в естественной безразмерной записи дается выражением

$$\gamma^2 + \gamma k(1 - E_0 f) + E_2 k^3(1 + f) = 0, \quad (6)$$

где

$$\gamma = \frac{i\omega}{\chi q^2}; E_0 = \frac{P'}{\rho v v'}; E_1 = \frac{Lv'}{cv}. \quad (7)$$

В уравнении (6) функция отклика $f = (T_s v' / u_{z0})$ определяется как отношение возмущения скорости испарения $v' T_s$ к возмущению гидродинамической скорости $u_{z0} = u_z(0)$ на фронте испарения

$$f = E(F - F_1) / (b + E_1 - EF);$$

$$F = \frac{b-1}{\gamma(1-b-\alpha)}(g(1-b) + \alpha); F_1 = \frac{g(1-b-k) + \alpha}{(1-b-k-\alpha)(b+k)}; \quad (8)$$

$$E = \frac{\Delta T v'}{v}; E_2 = \frac{\sigma}{\rho \chi v}; g = \frac{E_1}{E},$$

где b связано с γ соотношением $b(b-1) - k^2 = \gamma$, $\text{Re}(b) > 0$. В выражениях (6) и (8) для нормированных на $q = v/\chi$ величин α и k сохранены прежние обозначения.

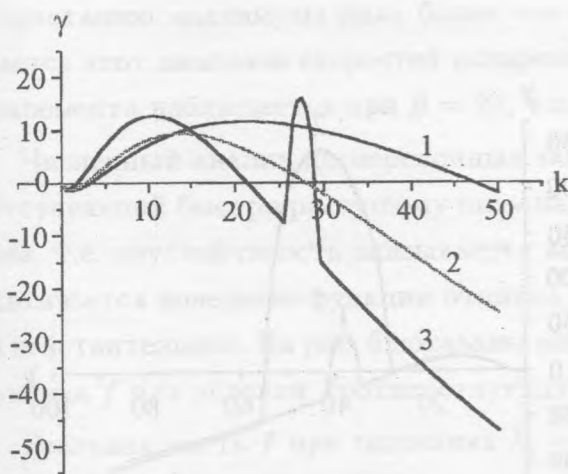


Рис. 1. Зависимость действительной части инкремента $\gamma(k)$ при различных значениях коэффициента поглощения α . $\alpha = 500$ (1), $\alpha = 80$ (2), $\alpha = 35.8$ (3).

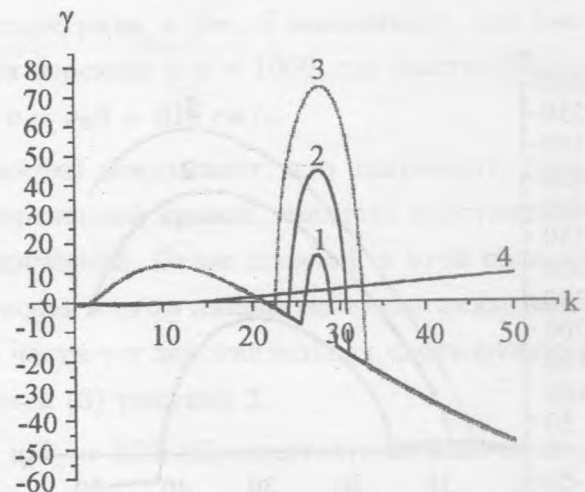


Рис. 2. Поведение действительной части инкремента $\gamma(k)$ в области резкой зависимости от коэффициента поглощения: $\alpha = 35.8$ (1), $\alpha = 35.5$ (2), $\alpha = 35$ (3); кривая (4) соответствует инкременту тепловой задачи при $\alpha = 35$.

В пределе поверхностного поглощения $F_1 = -1/(b+k)$ и $F = (1-b)/\gamma$. Противоположный предельный случай малых коэффициентов поглощения может быть описан

такими же формулами для F и F_1 , но с отрицательными значениями E в выражении для f .

Для удобства сравнения результатов исследования дисперсионного уравнения (6) с рассмотренными в [1, 2] предельными случаями поверхностного и объемного поглощения, значения параметров $E = 13$, $E_0 = 2000$, $E_1 = 39$ и $E_2 = 10$ выбирались такими же, как и в [1, 2].

На рис. 1 показаны дисперсионные зависимости (кривые 1 – 3) для трех различных значений коэффициента поглощения $\alpha = 500$ (1), 80 (2) и 35.8 (3). Кривая (1) мало отличается от предельного случая поверхностного поглощения, а на кривой (3) уже наблюдается узкий пик, обусловленный объемным характером поглощения. Из рис. 2 видно, что этот пик очень резко зависит от коэффициента поглощения, возрастая в 4.5 раза при уменьшении α от 35.8 до 35. Дальнейшее уменьшение α (рис. 3) ведет к увеличению максимума и ширины пика, который в итоге стремится к предельному случаю объемного поглощения, полученному в [1] из формул для поверхностного поглощения с заменой в них $E = 13$ на $E = -39$.

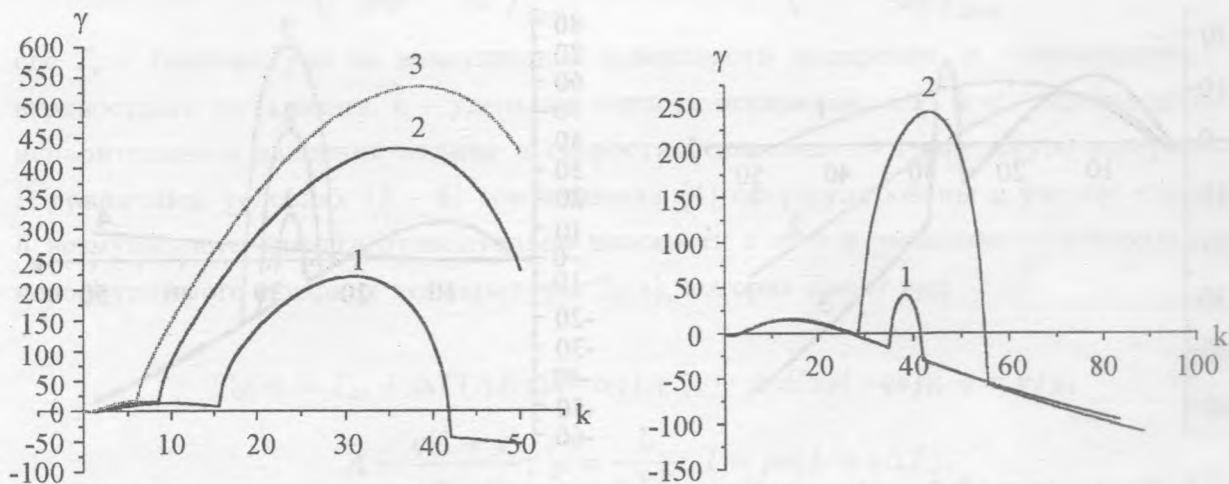


Рис. 3. Действительная часть инкремента $\gamma(k)$ при $\alpha = 30$ (1), $\alpha = 20$ (2), $\alpha = 15$ (3).

Рис. 4. Действительная часть инкремента $\gamma(k)$ при $\alpha = 50$ и различных нормированных скоростях фронта $\beta = v/v_0 = 1.4$ (1) и $\beta = 1.5$ (2).

Необходимо помнить, однако, что слишком большие значения инкремента $\gamma \gg 10$ уже не соответствуют пределам применимости исходного предположения о стационар-

ности невозмущенного профиля, безразмерное время установления которого не очень мало по сравнению с единицей [1].

При $\alpha \leq 1$, кроме того, максимум температуры невозмущенного профиля оказывается больше критической температуры перехода жидкость – пар для конденсированной фазы, что также выходит за рамки применимости используемой модели.

Рассмотрим теперь эволюцию дисперсионных кривых, соответствующих различным значениям α при изменении скорости v . Изменение скорости v , как и в [2], задается параметром $\beta = v/v_0$, и учитывается, что коэффициенты E_0, E_2 определяются формулами $E_0 = 2000\beta^{-1}$, $E_2 = 10\beta^{-1}$, а коэффициенты E, E_1 считаются постоянными. Полученные таким образом дисперсионные кривые приводятся на рис. 4 для $\alpha = 50$ и на рис. 5 для $\alpha = 1000$. Подчеркнем, что на графиках приводятся величины γ и k , обезразмеренные на начальное значение скорости испарения $v_0 = 22 \text{ см/с}$ [1, 2], соответствующее рисункам 1 – 3. Конкретные значения β выбирались так, чтобы продемонстрировать резкую зависимость пика на дисперсионной кривой от скорости испарения. Из рис. 4 видно, что увеличение скорости испарения на семь процентов при $\beta = 1.4$ приводит к возрастанию максимума пика более чем в четыре раза, а рис. 5 показывает, как смещается этот диапазон скоростей испарения при переходе к $\alpha = 1000$, где быстрый рост инкремента наблюдается при $\beta = 28$, т.е. при $v = v_0\beta = 616 \text{ см/с}$.

Численный анализ дисперсионных зависимостей показывает, что инкремент, соответствующий быстро растущему пику на дисперсионной кривой, является действительным, т.е. неустойчивость оказывается апериодической. Более сложной в этой области оказывается поведение функции отклика f , которая в этом диапазоне также оказывается действительной. На рис. 6 показаны мнимая часть γ и действительная часть функции отклика f для условий, соответствующих кривой (3) рисунка 2.

Реальная часть f при значениях $k_1 = 22.7$ и $k_2 = 32.5$ обращается в бесконечность, а функция отклика скорости испарения на амплитуду скорости изменения рельефа поверхности $f_1 = f/(1 + f) = T_s v' / (\gamma h)$ обращается в единицу. Эти значения f и f_1 соответствуют поведению возмущения в чисто тепловой задаче, в которой не учитываются гидродинамические эффекты [2], и которая может быть получена из задачи (1) – (5) при $E_0 = E_2 = 0$. Другими словами, при этих значениях k дисперсионные кривые чисто тепловой и полной задачи должны пересекаться.

В соответствии с этим, дисперсионная кривая (4) на рис. 2 при $E_0 = E_2 = 0$, $E = 13$, $E_1 = 39$ и $\alpha = 35$ пересекает кривую (3) в указанных выше точках $k_1 = 22.7$ и $k_2 = 32.5$. Из сравнения этих кривых видно также, что учет гидродинамических эффектов

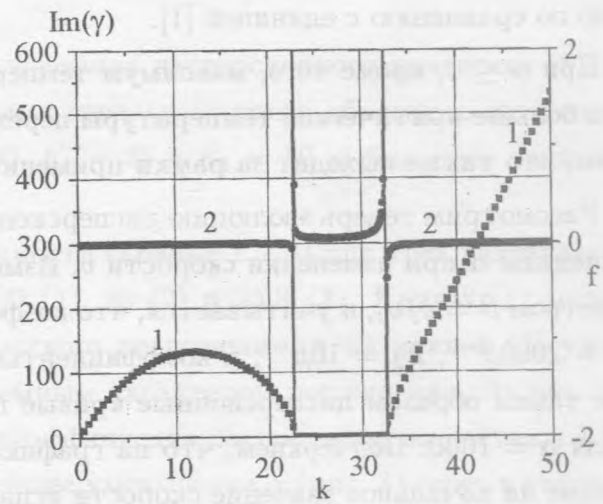
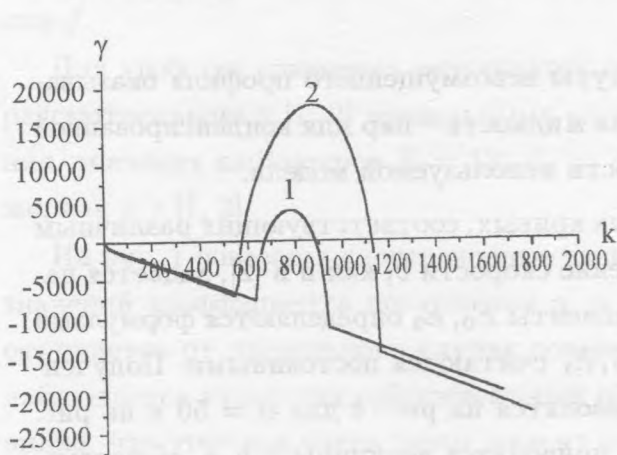


Рис. 5. Действительная часть инкремента $\gamma(k)$ при $\alpha = 1000$ и различных нормированных скоростях фронта $\beta = 28$ (1) и $\beta = 30$ (2).

Рис. 6. Мнимая часть инкремента $\gamma(k)$ (кривая (1)) и действительная часть функции отклика f (кривая (2)) при $\alpha = 35$.

существенно изменяет результаты, получаемые в рамках чисто тепловой задачи, как это уже отмечалось в [1, 2].

Необходимо отметить также, что появление пика на дисперсионной кривой происходит при достаточно больших значениях волнового числа $k > 1$. Отсюда следует, в частности, что влияние конечной глубины a расплава металлов в подобном случае фактически не будет проявляться, поскольку у металлов в условиях стационарного испарения эта глубина обычно порядка χ/v , т.е. порядка единицы в естественной безразмерной записи, а при $k > 1$ влияние конечной глубины уменьшается примерно как $\exp(-2ka)$.

Описанная здесь резкая зависимость инкремента γ от коэффициента поглощения или скорости испарения может быть использована, в принципе, для регистрации момента достижения соответствующего состояния испаряемого образца. Такое поведение инкремента сохранится, по-видимому, при учете вязкости и температурной зависимости $\alpha(T)$, однако этот вопрос требует дальнейшего исследования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Самохин А. А. Труды ИОФАН, **13**, 3 (1988).
- [2] Самохин А. А. Труды ИОФАН, **13**, 99 (1988).
- [3] Хохлов В. А. ЖТФ, **58**, 1444 (1988).
- [4] Карташов И. Н. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, N.9 - 10, 22 (1996).

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 20 июля 2001 г.